Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij

28. travnja 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter.
Predajete samo papire koje ste dobili.
Rezultati i uvid u kolokvije: utorak, 6. svibnja u 9h

1

Zadatak 1

(5 bodova.) "Teorijsko pitanje" — dopisati odgovor.
Kod potpunog pivotiranja u LR faktorizacije matrice A, elementi matrice L su:

2

Zadatak 2

(10 bodova.) Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 4 \\ -8 & 2 & -2 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P, te matrice L i R tako da je $PA = LR$.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 3

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Korištenjem faktorizacije Choleskog riješite linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 8 & 12 & 8 \\ 8 & 20 & -2 & 8 \\ 12 & -2 & 22 & 10 \\ 8 & 8 & 10 & 13 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 52 \\ -2 \\ 80 \\ 49 \end{bmatrix}.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 4

28. travnja 2008.

(10+5 bodova.) Zadane su tri točke a, b i c koje **ne moraju** nužno biti različite. Neka je f dovoljno glatka funkcija u tim točkama. Nađite nužne i dovoljne uvjete za egzistenciju i jedinstvenost polinoma p stupnja najviše 3 koji zadovoljava sljedeća četiri uvjeta interpolacije:

$$p(a) = f(a), \quad p''(a) = f''(a), \quad p''(b) = f''(b), \quad p'(c) = f'(c).$$

Ako postoji, izračunajte takav polinom p za podatke: $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ i

$$f(a) = 2, \quad f''(a) = 1, \quad f''(b) = 0, \quad f'(c) = 1.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 5

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Funkciju

$$f(x) = (2x+1)e^{-x}$$

treba aproksimirati po dijelovima linearnom interpolacijom φ na intervalu $[2, 10]$ tako da uniformna ocjena pogreške ne prelazi $\varepsilon = 10^{-4}$ na cijelom intervalu. Nađite najmanji broj čvorova interpolacije $n+1$ potrebnih da se postigne tražena točnost ε, ako za interpolaciju koristimo

(a) ekvidistantnu mrežu na cijelom intervalu $[2, 10]$,

(b) zasebne ekvidistantne mreže na podintervalima $[2, 3]$ i $[3, 10]$.

U oba slučaja izračunajte aproksimaciju za $f(3.15)$ i pripadnu stvarnu pogrešku.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij

28. travnja 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.
Rezultati i uvid u kolokvije: utorak, 6. svibnja u 9h

1

Zadatak 1

(5 bodova.) "Teorijsko pitanje" — dopisati odgovor.
Ako je matrica A dijagonalno dominantna po stupcima, matrica permutacije u LR faktorizaciji s parcijalnim pivotiranjem je:

2

Zadatak 2

(10 bodova.) Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & 3 \\ -9 & 3 & -3 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P, te matrice L i R tako da je $PA = LR$.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 3

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Korištenjem faktorizacije Choleskog riješite linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & -2 & 2 \\ 6 & 18 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 9 & -1 \\ 2 & 0 & -1 & 12 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 14 \\ 30 \\ -17 \\ -40 \end{bmatrix}.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 4

28. travnja 2008.

(10+5 bodova.) Zadane su tri točke a, b i c koje **ne moraju** nužno biti različite. Neka je f dovoljno glatka funkcija u tim točkama. Nađite nužne i dovoljne uvjete za egzistenciju i jedinstvenost polinoma p stupnja najviše 3 koji zadovoljava sljedeća četiri uvjeta interpolacije:

$$p(a) = f(a), \quad p''(a) = f''(a), \quad p'(b) = f'(b), \quad p'(c) = f'(c).$$

Ako postoji, izračunajte takav polinom p za podatke: $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ i

$$f(a) = 1, \quad f''(a) = 2, \quad f'(b) = 1, \quad f'(c) = 0.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 5

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Funkciju

$$f(x) = (3x - 1)e^{-x}$$

treba aproksimirati po dijelovima linearnom interpolacijom φ na intervalu $[1, 10]$ tako da uniformna ocjena pogreške ne prelazi $\varepsilon = 10^{-4}$ na cijelom intervalu. Nađite najmanji broj čvorova interpolacije $n + 1$ potrebnih da se postigne tražena točnost ε, ako za interpolaciju koristimo

(a) ekvidistantnu mrežu na cijelom intervalu $[1, 10]$,

(b) zasebne ekvidistantne mreže na podintervalima $[1, 3]$ i $[3, 10]$.

U oba slučaja izračunajte aproksimaciju za $f(3.85)$ i pripadnu stvarnu pogrešku.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij

28. travnja 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.
Rezultati i uvid u kolokvije: utorak, 6. svibnja u 9h

1

Zadatak 1

(5 bodova.) “Teorijsko pitanje” — dopisati odgovor.
Parcijalno pivotiranje u LR faktorizaciji matrice A daje ocjenu na elemente matrice:

2

Zadatak 2

(10 bodova.) Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & 0 \\ -6 & 1 & -3 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P, te matrice L i R tako da je $PA = LR$.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 3

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Korištenjem faktorizacije Choleskog riješite linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 6 & 6 \\ -3 & 17 & 2 & -10 \\ 6 & 2 & 6 & 5 \\ 6 & -10 & 5 & 21 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -30 \\ 74 \\ -15 \\ -97 \end{bmatrix}.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 4

28. travnja 2008.

(10+5 bodova.) Zadane su tri točke a, b i c koje **ne moraju** nužno biti različite. Neka je f dovoljno glatka funkcija u tim točkama. Nađite nužne i dovoljne uvjete za egzistenciju i jedinstvenost polinoma p stupnja najviše 3 koji zadovoljava sljedeća četiri uvjeta interpolacije:

$$p(a) = f(a), \quad p'(a) = f'(a), \quad p''(b) = f''(b), \quad p'(c) = f'(c).$$

Ako postoji, izračunajte takav polinom p za podatke: $a = 1$, $b = 2$, $c = 2$ i

$$f(a) = 0, \quad f'(a) = 1, \quad f''(b) = 2, \quad f'(c) = 1.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 5

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Funkciju

$$f(x) = (3x + 1)e^{-x}$$

treba aproksimirati po dijelovima linearnom interpolacijom φ na intervalu $[2, 10]$ tako da uniformna ocjena pogreške ne prelazi $\varepsilon = 10^{-4}$ na cijelom intervalu. Nađite najmanji broj čvorova interpolacije $n + 1$ potrebnih da se postigne tražena točnost ε, ako za interpolaciju koristimo

(a) ekvidistantnu mrežu na cijelom intervalu $[2, 10]$,

(b) zasebne ekvidistantne mreže na podintervalima $[2, 3]$ i $[3, 10]$.

U oba slučaja izračunajte aproksimaciju za $f(4.45)$ i pripadnu stvarnu pogrešku.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij

28. travnja 2008.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti samo pribor za pisanje, neprogramabilni kalkulator, te službeni šalabahter. Predajete samo papire koje ste dobili.
Rezultati i uvid u kolokvije: utorak, 6. svibnja u 9h

1

Zadatak 1

(5 bodova.) "Teorijsko pitanje" — dopisati odgovor.
Faktorizacija Choleskog može se koristiti za matrice koje su:

2

Zadatak 2

(10 bodova.) Zadana je matrica

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -4 \\ -4 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

Nađite LR faktorizaciju matrice A korištenjem parcijalnog pivotiranja, tj. nađite matricu permutacije P, te matrice L i R tako da je $PA = LR$.

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 3

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Korištenjem faktorizacije Choleskog riješite linearni sustav $Ax = b$, gdje su

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & -4 & -2 \\ 8 & 25 & -11 & 2 \\ -4 & -11 & 9 & 2 \\ -2 & 2 & 2 & 15 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} -32 \\ -73 \\ 51 \\ 54 \end{bmatrix}.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 4

28. travnja 2008.

(10+5 bodova.) Zadane su tri točke a, b i c koje **ne moraju** nužno biti različite. Neka je f dovoljno glatka funkcija u tim točkama. Nađite nužne i dovoljne uvjete za egzistenciju i jedinstvenost polinoma p stupnja najviše 3 koji zadovoljava sljedeća četiri uvjeta interpolacije:

$$p(a) = f(a), \quad p'(a) = f'(a), \quad p''(b) = f''(b), \quad p''(c) = f''(c).$$

Ako postoji, izračunajte takav polinom p za podatke: $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ i

$$f(a) = 1, \quad f'(a) = 0, \quad f''(b) = 1, \quad f''(c) = 2.$$

Matični broj studenta

Ime i Prezime

Numerička matematika – 1. kolokvij – Zadatak 5

28. travnja 2008.

(10 bodova.) Funkciju

$$f(x) = (2x - 1)e^{-x}$$

treba aproksimirati po dijelovima linearnom interpolacijom φ na intervalu $[1, 10]$ tako da uniformna ocjena pogreške ne prelazi $\varepsilon = 10^{-4}$ na cijelom intervalu. Nađite najmanji broj čvorova interpolacije $n + 1$ potrebnih da se postigne tražena točnost ε, ako za interpolaciju koristimo

(a) ekvidistantnu mrežu na cijelom intervalu $[1, 10]$,

(b) zasebne ekvidistantne mreže na podintervalima $[1, 3]$ i $[3, 10]$.

U oba slučaja izračunajte aproksimaciju za $f(4.35)$ i pripadnu stvarnu pogrešku.